

Testul conține 30 de probleme de matematică și 20 de informatică (marcate cu roșu). Subiectele de la 1 la 10 valorează câte 3 puncte, cele de la 11 la 20 câte 4 puncte, cele de la 21 la 30 câte 5 puncte, iar cele de la 31 la 50, din nou, câte 4 puncte. Se acordă 30 de puncte din oficiu.

Se vor lua în calcul numai primele 30 de întrebări la care se indică un răspuns valabil (nu și cele la care nu ai bifat niciun răspuns, sau cele la care ai bifat 2, 3 sau 5 răspunsuri). Poți obține mai multe puncte dacă rezolvi problemele 11-40 sau 21-50, dar riști să pierzi timp cu problemele mai grele.

Foia de răspuns conține o coloană numită „Sigur?”. Dacă ai bifat cerculețul „Sigur?” din dreptul unei întrebări și răspunsul este corect, obții încă 1 punct în plus față de punctajul problemei. Dacă însă ai bifat cerculețul „Sigur?” și răspunsul este greșit, pierzi încă 2 puncte.

Dacă ai bifat un răspuns greșit și ai observat greșeala, poți bifa cerculețele corespunzătoare răspunsurilor greșite și lăsa nebifat numai cerculețul corespunzător răspunsului bun. Acesta va fi considerat răspunsul indicat de tine.

Pentru ca să primești în mod personal, pe Internet, analiza în detaliu a lucrării tale, te rugăm să completezi pe foia de răspuns, în spațiul prevăzut, o parolă formată din cel mult 10 litere diferite. După concurs, veți putea intra pe site-ul www.cangurul.ro și, selectând / completând câmpurile specificate, vei putea accesa această analiză.

1. Toate numerele de 4 cifre, având suma cifrelor 4, sunt scrise în ordine descrescătoare. Pe al câtelea loc în acest șir este situat numărul 2011?

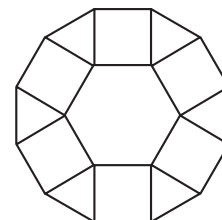
- A) al 6-lea B) al 7-lea C) al 8-lea D) al 9-lea E) al 10-lea

2. Dacă $2^x = 15$ și $15^y = 32$, atunci xy este egal cu:

- A) 5 B) $\log_2 15 + \log_{15} 32$ C) $\log_2 47$ D) 7 E) $\sqrt{47}$

3. Figura alăturată este formată dintr-un hexagon regulat cu latura 1, șase triunghiuri și șase pătrate. Care este perimetrul figurii?

- A) $6(1 + \sqrt{2})$ B) $6\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C) 12 D) $6 + 3\sqrt{2}$ E) 9



4. Următorul număr scris în baza doi reprezintă o adresă IPv4. Alegeți descrierea corectă a numărului în baza zece: 11000000 10101000 00001010 00000001

- A) 192.168.10.1 B) 192.137.10.1 C) 110.101.101.1 D) 110.1.101.1 E) 172.16.10.1

5. Dana scrie numere consecutive de 3 cifre care au cel puțin câte o cifră impară. Care este numărul maxim de numere pe care le poate scrie Dana?

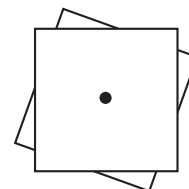
- A) 1 B) 10 C) 100 D) 111 E) oricâte

6. Fie G un graf orientat tare conex. Atunci:

- A) gradul intern sau gradul extern al fiecărui nod este un număr nul
 B) conține cel puțin un nod izolat
 C) orice graf orientat este tare conex
 D) gradul intern și gradul extern al fiecărui nod este un număr nenul
 E) nu există grafuri orientate tare conexe

7. Mircea decupează două pătrate din carton, de latură 9 cm, și le suprapune în așa fel încât centrele lor să coincidă. Rotește pătratul de deasupra astfel încât construcția obținută să acopere o suprafață cât mai mare. Care este aria maximă a suprafeței acoperite de cele două cartoane?

- A) 81 cm^2 B) 162 cm^2 C) 90 cm^2 D) 180 cm^2 E) $162(2 - \sqrt{2}) \text{ cm}^2$



8. O structură de tip arbore este:

- A) un graf neorientat conex și fără cicluri B) o structură de tip tată
 C) o structură de tip fiu D) un graf orientat tare conex E) un graf complet

9. Care este valoarea minimă întregă a expresiei $\frac{K \cdot A \cdot N \cdot G \cdot A \cdot R \cdot O \cdot O}{G \cdot A \cdot M \cdot E}$ (litere diferite corespund la cifre diferite nenule)?

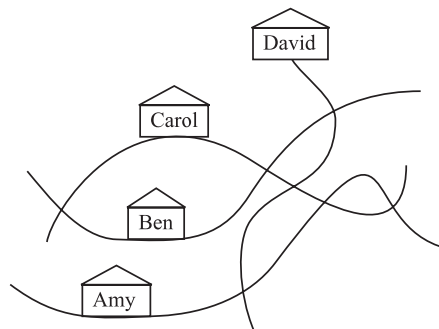
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

10. Se consideră graful orientat $G = (X, U)$, unde $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ și $U = \{(2, 1), (1, 6), (2, 5), (2, 3), (3, 4), (4, 6), (5, 7), (4, 8), (8, 9)\}$. Care sunt nodurile legate de nodul 2 prin drumuri a căror lungime este egală cu cea a drumului de lungime minimă dintre nodurile 2 și 6?

- A) 1, 5, 3 B) 5, 8, 9 C) 8, 2 D) 7, 6, 4 E) 7, 4

11. Jane a realizat harta satului în care locuiește. Ea a marcat 4 străzi, 7 intersecții și casele prietenilor ei. În realitate însă, 3 dintre cele 4 străzi sunt drepte și doar una este curbă. Cine locuiește pe aceasta?

- A) Amy B) Ben C) Carol D) David
E) Nu se poate determina.



12. Cei doi frați, Andrej și Brano, dau răspunsuri corecte la întrebări despre clubul lor de șah.

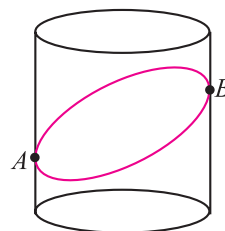
Andrej: „Toți membrii clubului nostru, cu excepția a 5 dintre ei, sunt băieți.”

Brano: „În orice grup de șase membri sunt cu siguranță cel puțin 4 fete.”

Câți membri sunt în clubul lor de șah?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 12 E) 18

13. O foaie de hârtie în formă dreptunghiulară se rulează, obținându-se un cilindru, ca în figură. Se realizează o tăietură în cilindru care trece prin punctele A și B. Partea de jos se desfășoară. Cum va arăta aceasta?



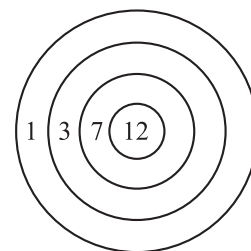
- A) B) C)
D) E)

14. Se consideră un graf conex având cel puțin trei vârfuri, care are proprietatea că există un vârf care, dacă este eliminat (împreună cu muchiile adiacente), atunci graful devine neconex. Acest graf poate fi:

- A) regulat B) complet C) arbore D) hamiltonian E) toate variantele A), B), C), D) sunt false

15. George trage la țintă. Valorile care corespund fiecărei zone sunt marcate pe figură. Câte scoruri diferite poate obține George trăgând la țintă cu trei săgeți și însumând valorile obținute?

- A) 15 B) 17 C) 19 D) 20 E) 21



16. Cosmina are la dispoziție 6 plicuri cu mirodenii pentru a condimenta prânzul pe care l-a pregătit părinților săi. Mama ei a sfătuit-o să condimenteze mâncarea doar cu patru dintre cele șase condimente, altfel mâncarea nu mai are gust. Cosmina decide să genereze toate posibilitățile de condimentare pentru a alege cea mai bună soluție. Ce algoritm va alege Cosmina?

- A) generarea permutărilor B) generarea aranjamentelor C) generarea combinațiilor
D) generarea produsului cartezian E) generarea partițiilor unei mulțimi

17. Mike trebuie să scrie mai multe cifre într-un tabel cu dimensiunile 3×3 , astfel încât suma numerelor scrise în oricare pătrat 2×2 să fie 10. Patru numere sunt deja scrise în tabel. Care dintre următoarele valori poate fi suma celorlalte cinci numere?

	2	
1		3
	4	

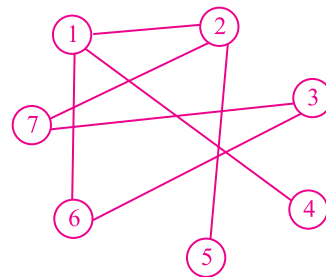
- A) 9 B) 8 C) 12 D) 13 E) 17

18. Se amestecă mai multe pachete de cărți de joc (fiecare pachet are o altă imagine pe spatele cărților) și se extrag la întâmplare 24 de cărți. Dintre cărțile extrase, 6 au exact câte o pereche (o carte) din același pachet de cărți; 9 au exact câte două perechi (două cărți) din același pachet; 4 au exact câte trei perechi (trei cărți) din același pachet. (Se consideră pereche a unei cărți o carte de joc care are aceeași imagine pe spate.) Din câte pachete provin cele 24 de cărți extrase?

- A) 4 B) 20 C) 8 D) 12 E) 24

19. Se consideră graful alăturat. Alegeți varianta corectă care reprezintă o parcurgere în lățime (BF) a grafului, începând cu nodul 1.

- A) 1, 3, 7, 5, 2, 4, 6 B) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
 C) 1, 2, 5, 7, 3, 6, 4 D) 1, 6, 3, 7, 2, 5, 4
 E) 1, 2, 4, 6, 7, 5, 3



20. Se utilizează metoda Backtracking pentru a genera, în ordine crescătoare, toate numerele naturale de 5 cifre distincte care se pot forma cu cifrele 0, 1, 2, 3 și 4. Să se precizeze numărul generat imediat înaintea și numărul generat imediat după secvența următoare: 12034, 12043, 12304, 12340

- A) 10432 și 12403 B) 10423 și 12433 C) 10432 și 12433
 D) 10423 și 12403 E) 10342 și 12403

21. Michael, Fernando și Sebastian participă la o cursă. Imediat după start Michael era primul, Fernando al doilea și Sebastian al treilea. În timpul cursei, Michael și Fernando s-au întrecut unul pe celălalt de 9 ori, Fernando cu Sebastian de 10 ori, iar Michael și Sebastian de 11 ori. În ce ordine au terminat cursa?

- A) Michael, Fernando, Sebastian B) Fernando, Sebastian, Michael
 C) Sebastian, Michael, Fernando D) Sebastian, Fernando, Michael
 E) Fernando, Michael, Sebastian

22. Subprogramul f primește prin intermediul parametrului n un număr natural și returnează numărul obținut prin permutarea circulară a cifrelor din scrierea lui n cu o poziție la stânga. De exemplu, la apelul $f(358312)$ subprogramul returnează valoarea 583123 . Ce valoare va memora variabila s la finalul executării secvenței pseudocod alăturate, în care s -a notat cu $x \cdot y$ restul împărțirii numărului întreg x la numărul întreg nenul y ?

- A) 0 B) 4 C) 6 D) 7 E) 1

```
n ← 123456789
s ← 0
┌ pentru i ← 1, 1000 execută
│   n ← f(n)
│   s ← (s+n%10)%10
└─
```

23. Laturile AB , BC , CD , DE , EF și FA ale unui hexagon sunt toate tangente la același cerc. Lungimile laturilor AB , BC , CD , DE și EF sunt 4, 5, 6, 7 și, respectiv, 8. Care este lungimea laturii FA ?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) Nu sunt informații suficiente.

24. Într-un coș sunt mai multe mingiuțe. Pe fiecare mingiuță este scris un număr, diferit de orice număr de pe altă mingiuță. 30 dintre aceste numere sunt divizibile cu 6, 20 de numere sunt divizibile cu 7 și 10 numere sunt divizibile cu 42. Care este numărul minim de mingiuțe aflate în coș?

- A) 30 B) 40 C) 53 D) 54 E) 60

25. Un dreptunghi este secționat în trei dreptunghiuri. Unul dintre ele are dimensiunile laturilor 7 și 11. Altul are dimensiunile laturilor 4 și 8. Care sunt dimensiunile laturilor celui de-al treilea dreptunghi, știind că acesta are aria maximă posibilă?

- A) 1 și 11 B) 3 și 4 C) 6 și 8 D) 7 și 8 E) 7 și 11

26. O cutie conține mingiuțe roșii și mingiuțe verzi. Dacă extrag la întâmplare două mingiuțe, probabilitatea ca acestea să aibă aceeași culoare este de $1/2$. Care dintre următoarele valori poate reprezenta numărul de mingiuțe din cutie?

- A) 81 B) 101 C) 1000 D) 2011 E) 10001

27. Vectorul V conține, începând cu indicele 1, elementele: (1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 2, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 1, ...). Care este valoarea elementului cu indicele 2011?

- A) 1000 B) 23 C) 1 D) 31 E) 0

28. Fie a , b , c numere naturale cu proprietatea că $a^2 = 2b^3 = 3c^5$. Care este numărul minim de divizori ai lui abc (inclusiv 1 și abc)?

- A) 30 B) 49 C) 60 D) 77 E) 1596

29. Douăzeci de numere naturale diferite trebuie scrise într-o tabelă 4×5 . Oricare doi vecini (numere care se află în două pătrățele din grilă care au o latură comună) au un divizor comun mai mare decât 1. Dacă n este cel mai mare număr de pe tabelă, care este cea mai mică valoare a lui n ?

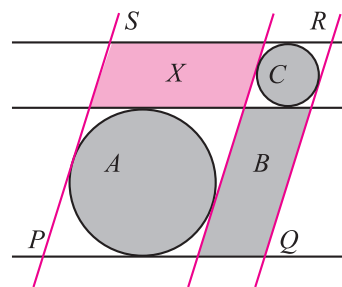
- A) 21 B) 24 C) 26 D) 27 E) 40

30. Un cub $3 \times 3 \times 3$ este format din 27 de cubulețe identice. Un plan perpendicular pe diagonala cubului trece prin centrul cubului. Câte cubulețe intersectează acest plan?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

31. Andrei a trasat pe o foaie de hârtie 3 drepte paralele. Le-a copiat apoi pe o altă foaie de hârtie și a suprapus cele două foi, rotind însă una dintre ele. A desenat apoi cele două cercuri având ariile A și C , tangente la dreptele desenate, ca în figură. Dacă B este aria paralelogramului gri și D este aria paralelogramului $PQRS$, care este numărul minim de arii A, B, C, D necesare pentru a exprima aria paralelogramului X (marcat cu roșu în figură) în funcție de ele?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4
E) X nu poate fi calculat în funcție de A, B, C și D



32. O companie aeronautică încasează taxă pe bagaj pentru fiecare kilogram în plus peste o anumită greutate. Cele două bagaje ale doamnei și domnului Trip cântăresc 60 kg și au plătit pentru ele 30 euro. Bagajul d-lui Wander cântărește tot 60 kg, dar el a plătit 105 euro. Care este greutatea maximă a unui bagaj pentru care nu se plătește?

- A) 10 kg B) 18 kg C) 20 kg D) 25 kg E) 39 kg

33. Se consideră graful neorientat $G = (X, U)$, unde $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ și $U = \{(1, 2), (1, 3), (6, 5), (3, 4), (4, 5), (4, 6), (1, 6)\}$. Care este numărul maxim de muchii care pot fi eliminate, astfel încât graful rămas să fie tot conex?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

34. Elementele din șirul $f_1(x), f_2(x), \dots$ satisfac următoarele relații: $f_1(x) = x, f_{n+1}(x) = \frac{1}{1-f_n(x)}$. Care este valoarea lui $f_{2011}(2011)$?

- A) 2011 B) $-\frac{1}{2010}$ C) $\frac{2010}{2011}$ D) 1 E) -2011

35. Se consideră arborele dat prin vectorul „tată” $t = (3, 3, 8, 8, 8, 5, 8, 0, 3, 3)$. Câte lanțuri elementare distincte de lungime 2, care pornesc din rădăcină, există în arbore?

- A) 4 B) 5 C) 7 D) 6 E) 3

36. Se consideră un graf orientat dat prin matricea de adiacență alăturată. Stabiliți care este numărul nodurilor din graf care au proprietatea că diferența absolută a gradelor (intern și extern) este egală cu 1.

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 1

0	1	0	0	1
0	0	1	1	0
1	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0

37. Care este suma tuturor numerelor naturale x , mai mici decât 100, cu proprietatea că $x^2 - 81$ este multiplu de 100?

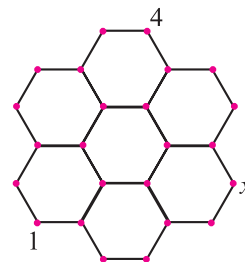
- A) 200 B) 100 C) 90 D) 81 E) 50

38. Numărul maxim de componente conexe ale unui graf neorientat cu 5 noduri și 4 muchii este:

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 3 E) 0

39. Fiecare vârf din figură trebuie marcat cu un număr, astfel încât suma numerelor din capetele oricărui segment să fie aceeași. Două numere sunt deja scrise. Ce număr va fi scris în locul lui x ?

- A) 1 B) 73 C) 4 D) 5 E) 24

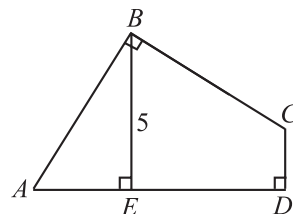


40. Un graf are 4 vârfuri, iar gradele acestora sunt 2, 3, 2, 3. Alegeți varianta de răspuns corectă:

- A) nu este eulerian B) este conex C) nu este arbore D) are 5 muchii
E) toate variantele A), B), C), D) sunt adevărate

41. Care este aria patrulaterului $ABCD$, știind că $AB \equiv BC$, $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ADC}) = 90^\circ$, $BE \perp AD$, $BE = 5$?

- A) 20 B) 22,5 C) 25 D) 27,5 E) 30

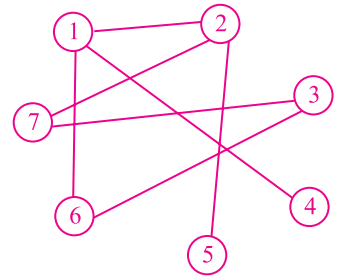


42. Andrew scrie pe tablă numerele impare de la 1 la 2011. Bob șterge toți multiplii de 3. Câte numere au rămas scrise pe tablă?

- A) 335 B) 336 C) 671 D) 1005 E) 1006

43. Se consideră graful alăturat. Alegeți varianta corectă care reprezintă o parcurgere în adâncime (DF) a grafului, începând cu nodul 1.

- A) 1, 2, 4, 6, 5, 7, 3 B) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 C) 1, 2, 5, 7, 3, 6, 4
D) 1, 2, 6, 4, 5, 7, 3 E) 1, 2, 4, 6, 7, 5, 3



44. Fie următoarea secvență pseudocod în care a este o variabilă ce memorează elementele reale ale unui tablou bidimensional cu n linii și n coloane, numerotate de la 1 la n . Definim rama tabloului bidimensional ca fiind formată din prima linie, ultima coloană, ultima linie și prima coloană ale tabloului. Precizați ce se va afișa în urma executării secvenței.

- A) Suma elementelor aflate pe prima și ultima linie a tabloului bidimensional a
B) Suma elementelor aflate pe rama tabloului bidimensional a
C) Suma elementelor aflate pe prima și ultima coloană a tabloului bidimensional a
D) Suma elementelor tabloului bidimensional care conțin valoarea 1 a
E) Suma tuturor elementelor tabloului bidimensional a

```

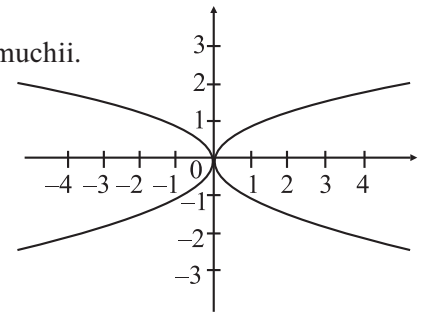
s ← 0
pentru i ← 1, n executa
    pentru j ← 1, n executa
        dacă (i=1) sau (i=n) sau
            (j=1) sau (j=n) atunci
            s ← aij
Scrie s
    
```

45. Câte perechi de muchii perpendiculare are un cub?

- Dacă $a \perp b$, considerăm că (a, b) și (b, a) reprezintă aceeași pereche de muchii.
A) 12 B) 32 C) 48 D) 96 E) 64

46. Câte dintre graficele următoarelor funcții sunt incluse în figura următoare: $y = x^2$, $y = -x^2$, $y = +\sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$, $y = +\sqrt{-x}$, $y = -\sqrt{-x}$, $y = +\sqrt{|x|}$, $y = -\sqrt{|x|}$?

- A) niciuna B) 2 C) 4 D) 6 E) toate 8



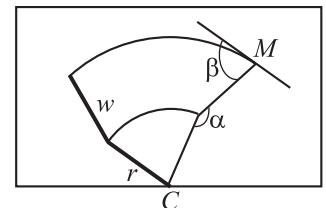
47. Pentru soluționarea cărei probleme dintre cele enumerate mai jos se recomandă utilizarea metodei Backtracking?

- A) determinarea tuturor variantelor care se pot obține din 6 aruncări consecutive cu zarul
B) determinarea tuturor elementelor mai mici decât 10000 din șirul lui Fibonacci
C) determinarea tuturor divizorilor unui număr n
D) determinarea intersecției a n mulțimi
E) determinarea reuniunii a n mulțimi

48. Se consideră un graf care are proprietatea că, oricum am elimina o muchie, graful rezultat conține un lanț hamiltonian. Un astfel de graf poate fi:

- A) arbore B) orice graf bipartit C) neconex D) orice graf hamiltonian E) orice graf euclidian

49. Un ștergător al unei mașini (w) se conectează la mașină pe un pivot (r), ambele având aceeași lungime, sub un unghi α . Pivotul ștergătorului este fixat pe mașină în punctul C , iar ștergătorul acoperă (prin ștergere) zona desenată în figură. Care este valoarea unghiului β , dintre ștergător și tangenta la zona ștersă în punctul M ?



- A) $\frac{3\pi - \alpha}{2}$ B) $\pi - \frac{\alpha}{2}$ C) $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ D) $\frac{\pi}{2} + \alpha$ E) $\alpha + \frac{\alpha}{2}$

50. Un graf are 6 vârfuri și 20 de lanțuri elementare distincte, care conțin, fiecare, câte 3 vârfuri. Se consideră că sunt distincte lanțurile parcurse în sensuri contrare. Precizați care tip de graf poate avea această proprietate:

- A) bipartit B) neconex C) arbore D) ne-hamiltonian E) toate tipurile menționate